



Programmiersprachen II

Hausaufgabe 5 – WS 16

Tübingen, 18. November 2016

Abgabe Geben Sie diese Hausaufgabe bis Donnerstag den 24. November 2016 ab. Entweder bis 12:00 per Email an Philipp Schuster (philipp.schuster@uni-tuebingen.de) oder zu Beginn der Übung auf Papier.

Gruppen Sie können in Gruppen von bis zu 2 Personen arbeiten. Schreiben Sie in jedem Fall die Namen und Matrikelnummern aller Gruppenmitglieder mit auf die Hausaufgabe / in die Email. Wenn Sie in einer Gruppe arbeiten, achten Sie darauf, dass alle Mitglieder der Gruppe den Stoff verstehen. Nur dann sind die Hausaufgaben eine gute Vorbereitung auf die Prüfung.

Punkte Sie können für die Aufgaben dieser Woche jeweils zwischen 0 und 2 Punkten bekommen. Insgesamt also zwischen 0 und 6 Punkten. Sie bekommen für die Aufgaben jeweils:

1 Punkt, wenn Ihre Abgabe zeigt, daß Sie sich mit der Aufgabe ernsthaft beschäftigt haben.

2 Punkte, wenn Sie die Aufgabe weitgehend korrekt gelöst haben.

Um zur Klausur zugelassen zu werden müssen Sie mindestens 50% der maximal möglichen Punkte in den Hausaufgaben erreichen. Mit 60% bis 100% der möglichen Hausaufgabenpunkte erhalten Sie einen Bonus von 0% bis 20% der Klausurpunkte in der Klausur.

Aufgabe 1: Einfach getyptes Lambda-Kalkül

Wir betrachten das einfach getypte Lambda-Kalkül aus der Vorlesung mit der Erweiterung um `unit` und `let`. Zeigen Sie, dass die folgenden Terme im angegebenen Kontext wohlgetypt sind, indem Sie jeweils einen Ableitungsbaum für die Typrelation zeichnen:

1. $y : T \vdash (\lambda x : T. x) y : T$

2. $\vdash \text{let } f = (\lambda u : \text{Unit} . u) \text{ in } (\lambda x : \text{Unit} . f \text{ unit}) : \text{Unit}$

Aufgabe 2: Paare, Tupel und Records

Wir betrachten das einfach getypte Lambda-Kalkül aus der Vorlesung mit allen vorgestellten Erweiterungen. Für welche der folgenden Terme t existiert ein Kontext Γ und ein Typ T , sodass sie wohlgetypt sind, also $\Gamma \vdash t : T$? Geben Sie ein Γ und ein T an, wenn sie existieren.

1. $\lambda b : \text{Bool} . \text{if } b \text{ then } (\text{iszero } p.1) \text{ else } (p.2)$
2. $x.4$
3. $\text{iszero}(r. \text{age})$

Aufgabe 3: Substitutionslemma

Wir erweitern das einfach getypte Lambda-Kalkül um `false`, `true` und `if t_0 then t_1 else t_2` mit den in der Vorlesung vorgestellten Typregeln. Wir erweitern die Definition der Substitution um die folgenden drei Fälle:

...

$[x \mapsto s] \text{false} = \text{false}$

$[x \mapsto s] \text{true} = \text{true}$

$[x \mapsto s] \text{if } t_0 \text{ then } t_1 \text{ else } t_2 = \text{if } [x \mapsto s]t_0 \text{ then } [x \mapsto s]t_1 \text{ else } [x \mapsto s]t_2$

Zeigen Sie, dass wenn $\Gamma, x : S \vdash t : T$ und $\Gamma \vdash s : S$, dann $\Gamma \vdash [x \mapsto s]t : T$. Tipp: der Beweis ist per Induktion über die Ableitung der Typrelation $\Gamma, x : S \vdash t : T$ möglich.