EBERHARD KARLS
UNIVERSITÄT
TÜBINGEN

Fachbereich Informatik

Programmiersprachen und Softwaretechnik

Prof. Dr. Klaus Ostermann

Leitung des Übungsbetriebs
Philipp Schuster
philipp.schuster@uni-tuebingen.de

Programmiersprachen II

Hausaufgabe 9 – WS 16

Tübingen, 13. Januar 2017

Abgabe Geben Sie diese Hausaufgabe bis Donnerstag den 19. Januar 2017 ab. Entweder bis 12:00 per Email an Philipp Schuster (philipp.schuster@uni-tuebingen.de) oder zu Beginn der Übung auf Papier.

Gruppen Sie können in Gruppen von bis zu 2 Personen arbeiten. Schreiben Sie in jedem Fall die Namen und Matrikelnummern aller Gruppenmitglieder mit auf die Hausaufgabe / in die Email. Wenn Sie in einer Gruppe arbeiten, achten Sie darauf, dass alle Mitglieder der Gruppe den Stoff verstehen. Nur dann sind die Hausaufgaben eine gute Vorbereitung auf die Prüfung.

Punkte Sie können für die Aufgaben dieser Woche jeweils zwischen 0 und 2 Punkten bekommen. Insgesamt also zwischen 0 und 6 Punkten. Sie bekommen für die Aufgaben jeweils:
1 Punkt, wenn Ihre Abgabe zeigt, daß Sie sich mit der Aufgabe ernsthaft beschäftigt haben.
2 Punkte, wenn Sie die Aufgabe weitgehend korrekt gelöst haben.
Um zur Klausur zugelassen zu werden müssen Sie mindestens 50% der maximal möglichen Punkte in den Hausaufgaben erreichen. Mit 60% bis 100% der möglichen Hausaufgabenpunkte erhalten Sie einen Bonus von 0% bis 20% der Klausurpunkte in der Klausur.

Aufgabe 1: Natürliches Schließen

Wir betrachten folgende Regeln des natürlichen Schließens:

$$\begin{array}{c}\wedge_I\\ \dfrac{A \qquad B}{A \wedge B}\end{array} \qquad \begin{array}{c}\wedge_{E1}\\ \dfrac{A \wedge B}{A}\end{array} \qquad \begin{array}{c}\wedge_{E2}\\ \dfrac{A \wedge B}{B}\end{array} \qquad \begin{array}{c}\Rightarrow_I\\ A\\ \vdots\\ \dfrac{B}{A \Rightarrow B}\end{array} \qquad \begin{array}{c}\Rightarrow_E\\ \dfrac{A \Rightarrow B \qquad A}{B}\end{array}$$

Zeigen Sie mit diesen Regeln, dass $((A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow C)) \Rightarrow (A \Rightarrow C)$ ableitbar ist. Zeichnen Sie dazu einen Ableitungsbaum. Bei der Regel $\Rightarrow_I$ dürfen Sie das A auch an mehreren Stellen annehmen.

Aufgabe 2: Programme sind Beweise

Konstruieren Sie einen Term in System F (erweitert um Paare), der im Kontext $\Gamma = \{A, B, C\}$ den Typ $((A \to B) \times (B \to C)) \to A \to C$ hat. Beweisen Sie, dass Ihr Term diesen Typ hat, indem Sie einen Ableitungsbaum zeichnen.

Aufgabe 3: Satz vom ausgeschlossenen Dritten

Zeigen Sie, dass aus dem Gesetz der doppelten Negation der Satz vom ausgeschlossenen Dritten folgt. Konstruieren Sie dazu einen Term in System F (erweitert um Summentypen) mit dem Typ $\forall A.\ A + (\forall Z.\ A \to Z)$. Gehen Sie von einem Kontext $\Gamma = \{\mathrm{dne} : \forall A.\ (\forall X.\ (\forall Y.\ A \to Y) \to X) \to A\}$ aus. Kein Ableitungsbaum nötig.